

**\*Профильное образование и обучение математическому  
доказательству школьников**

Автор: Баженова К.А., учитель МОУ лицей №3, г. Красноярск.

Научный руководитель: А.М. Аронов. Зав. Кафедрой ПВШ, канд. физ.-  
мат. наук, профессор.

*«Лучший способ изучить — открыть самому»*

*Д. Пойа «Математическое открытие»*

В настоящее время многие из тех, кто пишет о методике преподавания математики, обращают внимание на то, что математические рассуждения в школьных курсах математики заменяются формальными выкладками, “доказательства — некоторыми последовательностями хорошо известных формул, определения — «сокращенными выражениями», которые теоретически необязательны, зато типографически удобны» [4]. Так же можно обратить внимание на эстетическую сторону «живого» доказательства: теряется «красота» математического рассуждения, заключающаяся в поиске доказательства, в присутствии внутреннего ощущения «математического открытия».

Одним из результатов формального подхода к обучению математики является то, что в качестве решения задачи учащимися предъясняется ответ к задаче, а не рассуждения, которые привели к нему. Кроме того, от школьников остается скрытым основное умение математиков — умение доказывать и рассуждать. Каким образом для школьников можно создавать условия для того, чтобы дать им возможность увидеть (встретиться) с настоящим доказательством, рассуждением?

Естественно думать, что таким местом могут стать уроки геометрии — в 7 классе, при появлении в школьном курсе геометрии, можно найти возможность показать математическое доказательство. Однако, большинство доступных учителю учебников геометрии этому не способствуют [1, 6, 7, 12].

Среди учебников можно найти такие, на материале которых можно организовать обучение математическому доказательству. Школьное доказательство представляется как объединение интуиции и логики [4, 5, 7, 13]. Например, в учебнике Щетникова А.И. «Геометрия 7-11» описывается поиск рассуждения через обращение к воображению, подвижным моделям и интуициям учащихся, а после предлагается оформить доказательство, логически обосновывающее, оформляющее интуитивные операции. Подготовка таких уроков требует умения ориентироваться не только в методике преподавания, но и в самой математике, кроме того, перед тем, как приступить к проектированию уроков, необходимо самому прожить «рождение» доказательства [4, 5]. Может ли учитель в одиночку подготовить курс геометрии, позволяющий почувствовать учащимся математическое доказательство и «соответствующий стандарт»? Не стоит забывать, что одной из основных задач учителя становится подготовка учащегося к

---

\* Психолого–педагогическое образование: гуманитарные технологии: Сб. материалов науч. конф. Студентов и молодых ученых, Красноярск, 22 апр. 2005г. // Краснояр. гос.ун–т., Красноярск, 2005

выпускному экзамену — к ЕГЭ, а как следствие уроки направлены на систематическую отработку формальных приемов.

Профильное обучение предполагает, что в школе будут заложены основы математического мышления, а не формального использования формул. Альтернативой урокам геометрии может стать элективный курс, способствующий идее становления «живого» математического мышления у школьников. Выделим места для обучения школьников математическому доказательству, рассуждению — математический клуб в 6 классе [11]; уроки геометрии, с использованием учебников Аронова А.М., Щетникова А.И.. Основными местами для того, чтобы учащиеся смогли «прочувствовать» математические рассуждения являются интенсивные семинары — «Школа юного математика» для 6 — 8 классов (Щетников А.И.), «Настоящая математика» для 5—11 классов (Ермаков С.В., Белоконов О.И., Ольшевская Н.А.), «Применимая математика» для 8 — 11 классов (представлены лабораторией теоретической и прикладной эпистемологии г. Новосибирска), «Школа молодого ученого» (Аронов А.М., Белоконов О.И., Знаменская О.В., Юдина Ю.Г.) [1]. Отмечу, что интенсивы хороши тем, что они являются новыми для участников, как по содержанию, так и по предлагаемым формам общения. Они приносят смену обстановки за счет присутствия на них настоящих ученых, учащихся и учителей из других школ, несмотря на то, что проводятся в помещении школ. На семинарах у учащихся есть возможность «увидеть» и пообщаться с «живым» учеными-математиками, что важно, поскольку многие учащиеся думают, что авторы учебников и известные ученые уже умерли или же они «совсем не доступны». Ведущие семинаров и клубов имеют возможность выстраивать эффективную коммуникацию при работе в группе. Так при проведении семинаров «Настоящая математика», «Применимая математика» учащимся предоставляется возможность научиться представлять свои мысли в понятной для других людей форме, улавливать смысл задаваемых вопросов и отвечать на них по существу, пытаться понимать чужие подходы к решению общей задачи, даже если они расходятся с твоими собственными [2, 11].

Опишем некоторые из семинаров. Учебно-познавательные семинары «Применимая математика» направлены на формирование у старшеклассников представления о том, как и зачем создаются научные понятия, на воспитание у них умения математически исследовать явления реального мира, на развитие их мыслительных способностей и навыков продуктивной коммуникации. Привычные задачи из школьных учебников являются «закрытыми» в том смысле, что главное в них — получение правильного и окончательного ответа. Как только ответ получен, про задачу можно сразу же забыть. И совсем другое дело — «открытые» задачи, исходное условие которых требует неоднократных уточнений и переформулировок, а процесс решения не исчерпывается найденным «ответом», поскольку приводит к постановке новых вопросов, о существовании которых мы раньше и не подозревали. В ситуации решения таких задач необходимо выделять образующиеся фрагменты содержания,

сопоставлять их между собой и анализировать в рамках некоторой возникающей системы математических понятий. Тем самым решение «открытой» задачи требует более сложной организации деятельности: процессы поиска ответов на отдельные вопросы включаются в объемлющую «исследовательскую программу» [8, 9, 10, 11].

Цикл семинаров «Школа юного математика» (ШЮМ), своей целью ставит развитие математических способностей учащихся, повышение их логической культуры, формирование навыков продуктивного и критического мышления. Методика проведения занятий основана на создании обучающей ситуации, в которой математические идеи и факты вырабатываются самими школьниками в процессе решения задач. Обучение в ШЮМ основано не на заучивании правил, но на открытии и усвоении учащимися основных принципов, схем рассуждения и идей.

На семинарах «Настоящая математика» используются образовательные процедуры, опирающиеся на собственный опыт учащихся, который может быть описан посредством математических объектов и их отношений. Разработчики представляют, что одной из задач «настоящей» математики является выявление, описание, определение таких структур, существующих на уровне интуиции. Исходной для построения математической формы на семинарах является невозможность действия (например, ограничение, не позволяющее решить задачу), которая воспринимается не просто как ограничение в инструментах, но, прежде всего, как ограничение собственного мышления. Тогда математика оказывается одним из способов думать о чём-то, что само по себе, может быть, и не принадлежит предметности математики. Появление такого содержания может быть связано не только с предметными задачами, но и с устройством обыденного опыта. Такой опыт включает в себя ряд структур математического характера (пространственные, количественные, порядковые отношения и др.) [2].

«Школа молодого ученого» является для учащихся центром для проектно-исследовательской деятельности. На таких школах школьники учатся предъявлять новые способы и методы решения задач, приобретают опыт учебного исследования [1].

Можно говорить о том, что представленные интенсивные семинары способствуют развитию умения решать задачи, находить доказательства, критически анализировать доводы, распознавать математические понятия в конкретных ситуациях, что в совокупности составляет основу математических умений. Этот эффект достигается за счет использования специально разработанных процедур ведения каждого из семинаров, замыслом авторов.

Кроме того, ценным будет опыт и включение студентов в проектирование, и проведение семинаров.

Список литературы:

1. Аронов А.М. Дополнительное образовательное пространство, ориентированное на учебное исследование: Школа молодого ученого /

А.М. Аронов, О.И. Белоконь, О.В. Знаменская, Ю.Г. Юдина, О.А. Францен // НОУ: информационно–методический журнал. — Красноярск, «Енисей–знак». — 2005. — (№3).

2. Белоконь О.И. Введение в «Настоящую математику» как форма организации семантической работы школьников / О.И. Белоконь, В.С. Ермаков, Н.А. Ольшевская // Сб. Материалов VIII Всероссийской конференции «Педагогика развития»; Крас. Гос. Ун-т. — Красноярск, 2003.

3. Колчин А.А. Материалы к курсу «Применимая математика» / А.А. Колчин, А.И. Щетников // Показательная зависимость. Логарифмы. Предел  $(1+1/n)^n$ , Математическое образование. — 2003. — №3(26). — с. 29-43.

4. Лакатос И. Доказательство и опровержения. — М.: Наука, 1967.

5. Пойа Д. Математическое открытие: Решение задач и преподавание. — М.: Наука, 1976. — 448 с.

6. Скрипка А.М. О методе учебно–предметных проблем // Психолого–педагогическое образование: гуманитарные технологии: Сб. Материалов науч. Конф. Студентов и молодых ученых; Красноярск, 21 апр. 2003г, Краснояр. Гос.ун–т. — Красноярск, 2004. — с. 21-26.

7. Щетников А.И. Материалы к проектированию курса геометрии для средней школы. — Математическое образование. — 2000, — №3(14). — с. 35-42.

8. Щетников А.И. Вероятностно–статистические закономерности: опыт обсуждения проблем и простейших моделей со старшеклассниками / А.И. Щетников, А.В. Щетникова // Вычислительные технологии, т. 7, 2002, спец. Выпуск Труды конференции «Вычислительные технологии и математические модели в науке, технике и образовании». — 2002. — Т.7. Ч. 4. — с. 336-341.

9. Щетников А.И. Понятие степени в школьном курсе математики / А.И. Щетников, А.В. Щетникова // Труды Воронежской весенней математической школы «Портнягинские чтения — XII». — Воронеж: Изд-во Воронежского ун-та, 2001. — с. 89-94.

10. Щетников А.И. Учебно–исследовательский семинар «Распределение первых значащих цифр» / А.И. Щетников, Щетникова А. В. — Математическое образование. — 2002. — №2(21). — с. 107-123.

11. Щетников А.И. Учебный семинар «Как решать незнакомую задачу» / А.И. Щетников, А.В. Щетникова // Труды конференции, посвящённой 90-летию со дня рождения Алексея Андреевича Ляпунова. — Новосибирск: ОИИ СО РАН, 2001. — с. 773-780.

12. Электронный ресурс: [www.umka.noonet.ru](http://www.umka.noonet.ru).

13. Юдина Ю.Г. Организация творческой деятельности подростков. — Красноярск, 2003 г. — 54 с.